

Věta 1 (Cauchyho). *Nechť $\Omega \subset \mathbb{C}$ je otevřená a $\partial\Omega$ lze popsat jako prostou, po částech regulární a C^1 křivku γ . Nechť dále $\bar{\Omega} \subset A$ a $f \in H(A)$, potom*

$$\int_{\gamma} f = 0.$$

Věta 2 (Cauchyho vzorec). *Nechť $f \in H(\Omega)$, $r > 0$ a $\overline{U(a, r)} \subset \Omega$. Potom pro každé $z \in U(a, r)$ platí*

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_r} \frac{f(w)}{w - z} dw$$

kde $\gamma_r(t) = a + re^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.

Věta 3 (Holomorfní funkce jako mocninná řada). *Je-li $f \in H(\Omega)$, $z \in \Omega$, $R > 0$ a $U(z, R) \subset \Omega$, potom*

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_r} \frac{f(w)}{(w - z)^{n+1}} dw \right) (z - a)^n, \quad z \in U(z, r),$$

speciálně

$$f^{(n)}(z) = \frac{n!}{2\pi i} \int_{\gamma_r} \frac{f(w)}{(w - z)^{n+1}} dw,$$

kde $\gamma_r(t) = z + re^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$, $0 < r < R$.

Definice 4 (Laurentova řada). *Laurentovou řadou se středem $a \in \mathbb{C}$ nazýváme formální řadu*

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n(z - a)^n \tag{1}$$

Řadu $\sum_{n=0}^{\infty} c_n(z - a)^n$ pak nazýváme její regulární částí a řadu $\sum_{n=-\infty}^{-1} c_n(z - a)^n := \sum_{n=1}^{\infty} c_{-n}(z - a)^{-n}$ její hlavní částí. Říkáme, že Laurentova řada (1) konverguje (v bodě z), pokud (v z) konvergují její regulární i hlavní část.

Je-li $R \in [0, \infty]$ poloměr konvergence mocninné řady $\sum_{n=0}^{\infty} c_n(z - a)^n$ a $\rho \in$

$[0, \infty]$ poloměr konvergence mocninné řady $\sum_{n=1}^{\infty} c_{-n}z^n$. Položme $R = \frac{1}{\rho}$. Potom

Laurentova řada $\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n(z - a)^n$ konverguje na množině

$$U(a, r, R) = \{z \in \mathbb{C} : r < |z - a| < R\}.$$